# 1 (базовый уровень, время – 1 мин)

**Тема**: Системы счисления и двоичное представление информации в памяти компьютера.

**Что нужно знать**:

* перевод чисел между десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления (см. презентацию «Системы счисления»)

|  |
| --- |
| **Полезно помнить, что в двоичной системе:*** четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
* числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2k, оканчиваются на *k* нулей
* если число N принадлежит интервалу 2k-1 ≤ N < 2k, в его двоичной записи будет всего *k* цифр, например, для числа **125**:

 26 = 64 ≤ **125** < 128 = 27, 125 = 11111012 (7 цифр)* числа вида 2k записываются в двоичной системе как единица и *k* нулей, например:

 16 = 24 = 100002* числа вида 2k-1записываются в двоичной системе *k* единиц, например:

 15 = 24-1 = 11112* если известна двоичная запись числа N, то двоичную запись числа 2·N можно легко получить, приписав в конец ноль, например: 15 = 11112, 30 = 111102, 60 = 1111002, 120 = 11110002
 |

* желательно выучить наизусть таблицу двоичного представления чисел 0-7 в виде *триад* (групп из 3-х битов):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **X10**, **X8** | **X­2** |  | **X10**, **X8** | **X­2** |
| **0** | **000** |  | **4** | **100** |
| **1** | **001** |  | **5** | **101** |
| **2** | **010** |  | **6** | **110** |
| **3** | **011** |  | **7** | **111** |

и таблицу двоичного представления чисел 0-15 (в шестнадцатеричной системе – 0-F16) в виде *тетрад* (групп из 4-х битов):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X10** | **X­2** |  | **X10** | **X­16** | **X­2** |
| **0** | **0000** |  | **8** | **8** | **1000** |
| **1** | **0001** |  | **9** | **9** | **1001** |
| **2** | **0010** |  | **10** | **A** | **1010** |
| **3** | **0011** |  | **11** | **B** | **1011** |
| **4** | **0100** |  | **12** | **C** | **1100** |
| **5** | **0101** |  | **13** | **D** | **1101** |
| **6** | **0110** |  | **14** | **E** | **1110** |
| **7** | **0111** |  | **15** | **F** | **1111** |

* отрицательные целые числа хранятся в памяти в двоичном дополнительном коде (подробнее см. презентацию «Компьютер изнутри»)
* для перевода отрицательного числа **(-a)** в двоичный дополнительный код нужно сделать следующие операции:
	+ перевести число **a-1** в двоичную систему счисления;
	+ сделать инверсию битов: заменить все нули на единицы и единицы на нули в пределах разрядной сетки (см. пример **Р-00** далее).

### Пример задания:

**Р-06***. Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 17318?*

**Решение:**

1. для решения достаточно знать двоичные коды чисел от 1 до 7, поскольку для перевода восьмеричного числа в двоичную систему можно достаточно каждую цифру отдельно записать в виде тройки двоичных (триады):
2. 17318 = 001 111 011 0012
3. в этой записи 7 единиц
4. Ответ: 7

### Ещё пример задания:

**Р-05.** *Укажите наименьшее четырёхзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 5 единиц. В ответе запишите только само восьмеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.*

**Решение:**

1. вообще, минимальное двоичное число, содержащее 5 единиц – это 111112, но в восьмеричной системе оно записывается как 37 – двухзначное число
2. минимальное четырёхзначное восьмеричное число – 10008 = 1 000 000 0002, для решения задачи в конце этого числа нужно заменить четыре нуля на единицы:

1 000 001 1112  = 10178

1. Ответ: 1017

### Ещё пример задания:

**Р-04.** *Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 519?*

**Решение:**

1. проще всего представить заданное число в виде суммы степеней числа 2:

519 = 512 + 7 = 29 + 4 + 3 = 29 + 22 + 2 + 1 = 29 + 22 + 21 + 20

1. количество единиц в двоичной записи числа равно количеству слагаемых в таком разложении
2. Ответ: 4

### Ещё пример задания:

**Р-03.** *Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 6 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.*

1) 6310 \* 410 2) F816 + 110 3) 3338 4) 111001112

**Решение:**

1. нужно перевести все заданные числа в двоичную систему, подсчитать число единиц и выбрать наибольшее из чисел, в которых ровно 6 единиц;
2. для первого варианта переведем оба сомножителя в двоичную систему:

63­10 = 111111­2 410 = 100­2

в первом числе ровно 6 единиц, умножение на второе добавляет в конец два нуля:

63­10 \* 410 = 111111­2 \* 100­2 = 111111­002

то есть в этом числе 6 единиц

1. для второго варианта воспользуемся связью между шестнадцатеричной и двоичной системами счисления: каждую цифру шестнадцатеричного числа можно переводить отдельно в тетраду (4 двоичных цифры):

F­16 = 1111­2 816 = 100­02 F816 = 1111 10002

после добавления единицы F816 + 1 = 1111 10012 также получаем число, содержащее ровно 6 единиц, но оно меньше, чем число в первом варианте ответа

1. для третьего варианта используем связь между восьмеричной и двоичной системами: каждую цифру восьмеричного числа переводим отдельно в триаду (группу из трёх) двоичных цифр:

3338 = 011 011 011­2 = 110110112

это число тоже содержит 6 единиц, но меньше, чем число в первом варианте ответа

1. последнее число 111001112 уже записано в двоичной системе, оно тоже содержит ровно 6 единиц, но меньше первого числа
2. таким образом, все 4 числа, указанные в вариантах ответов содержат ровно 6 единиц, но наибольшее из них – первое
3. Ответ: 1.

### Ещё пример задания:

**Р-02.** *Сколько единиц в двоичной записи числа 1025?*

1) 1 2) 2 3) 10 4) 11

**Решение (вариант 1, прямой перевод):**

1. переводим число 1025 в двоичную систему: 1025 = 10000000001­2
2. считаем единицы, их две
3. Ответ: 2

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:легко запутаться при переводе больших чисел. |

**Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):**

1. тут очень полезно знать наизусть таблицу степеней двойки, где 1024 = 210 и 1 = 20
2. таким образом, 1025= 1024 + 1 = 210 + 20
3. вспоминая, как переводится число из двоичной системы в десятичную (значение каждой цифры умножается на 2 в степени, равной её разряду), понимаем, что в двоичной записи числа ровно столько единиц, сколько в приведенной сумме различных степеней двойки, то есть, 2
4. Ответ: 2

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:нужно помнить таблицу степеней двойки. |
| **Когда удобно использовать:*** когда число чуть больше какой-то степени двойки
 |

### Ещё пример задания:

**Р-01.** *Дано: *и **. *Какое из чисел с*, записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет  *неравенству a < c < b?*

1) 110110012 2) 110111002 3) 110101112 4) 110110002

**Общий подход:**

перевести все числа (и исходные данные, и ответы) в одну (любую!) систему счисления и сравнить.

**Решение (вариант 1, через десятичную систему):**

1. **
2. **
3. переводим в десятичную систему все ответы:

110110012 = 217, 11011100 2= 220, 110101112 = 215, 110110002=216

1. очевидно, что между числами 215 и 217 может быть только 216
2. таким образом, верный ответ – 4 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:арифметические ошибки при переводе из других систем в десятичную. |

**Решение (вариант 2, через двоичную систему):**

1. ** (каждая цифра шестнадцатеричной системы *отдельно* переводится в четыре двоичных – *тетраду*);
2. ** (каждая цифра восьмеричной системы *отдельно* переводится в три двоичных – *триаду*, старшие нули можно не писать);
3. теперь нужно сообразить, что между этими числами находится только двоичное число 110110002 – это ответ 4.

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:запись двоичных чисел однородна, содержит много одинаковых символов – нулей и единиц, поэтому легко запутаться и сделать ошибку. |

**Решение (вариант 3, через восьмеричную систему):**

1. **(сначала перевели в двоичную систему, потом двоичную запись числа разбили на триады **справа налево**, каждую триаду перевели *отдельно* в десятичную систему, так как для чисел от 0 до 7 их восьмеричная запись совпадает с десятичной);
2. **, никуда переводить не нужно;
3. переводим в восьмеричную систему все ответы:

110110012 = 011 011 0012 = 3318 (разбили на триады **справа налево**, каждую триаду перевели *отдельно* в десятичную систему, как в п. 1)

11011100 2= 3348, 110101112 = 3278, 110110002=3308

1. в восьмеричной системе между числами 3278 и 3318 может быть только 3308
2. таким образом, верный ответ – 4 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:нужно помнить двоичную запись чисел от 0 до 7 (или переводить эти числа в двоичную систему при решении). |

**Решение (вариант 4, через шестнадцатеричную систему):**

1. ** никуда переводить не нужно;
2. ** (сначала перевели в двоичную систему, потом двоичную запись числа разбили на тетрады **справа налево**, каждую тетраду перевели в шестнадцатеричную систему; при этом тетрады можно переводить из двоичной системы в *десятичную,* а затем заменить все числа, большие 9, на буквы – A, B, C, D, E, F);
3. переводим в шестнадцатеричную систему все ответы:

110110012 = 1101 10012 = D916 (разбили на тетрады **справа налево**, каждую тетраду перевели *отдельно* в десятичную систему, все числа, большие 9, заменили на буквы – A, B, C, D, E, F, как в п. 1)

11011100 2= DC16, 110101112 = D716, 110110002=D816

1. в шестнадцатеричной системе между числами D716 и D916 может быть только D816
2. таким образом, верный ответ – 4 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:нужно помнить двоичную запись чисел от 0 до 15 (или переводить эти числа в двоичную систему при решении). |

**Выводы:**

* есть несколько способов решения, «каждый выбирает для себя»;
* наиболее сложные вычисления – при переводе всех чисел в десятичную систему, можно легко ошибиться;
* сравнивать числа в двоичной системе сложно, также легко ошибиться;
* видимо, *в этой задаче* наиболее простой вариант – использовать восьмеричную систему, нужно просто запомнить двоичные записи чисел от 0 до 7 и аккуратно все сделать;
* в других задачах может быть так, что выгоднее переводить все в десятичную или шестнадцатеричную систему счисления.

### Еще пример задания:

**Р-00.** *Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа* **(-78)***?*

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

**Решение (вариант 1, классический):**

1. переводим число 78 в двоичную систему счисления:

78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 26 + 23 + 22 + 21 = 10011102

1. по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
2. чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

78 = 010011102

1. делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

010011102 → 101100012

1. добавляем к результату единицу

101100012 + 1 = 101100102

это и есть число **(-78)** в двоичном дополнительно коде

1. в записи этого числа 4 единицы
2. таким образом, верный ответ – 2 .

|  |
| --- |
| **Возможные ловушки и проблемы**:* нужно не забыть в конце добавить единицу, причем это может быть не так тривиально, если будут переносы в следующий разряд – тут тоже есть шанс ошибиться из-за невнимательности
 |

**Решение (вариант 2, неклассический):**

1. переводим число 78 – 1=77 в двоичную систему счисления:

77 = 64 + 8 + 4 + 1 = 26 + 23 + 22 + 20 = 10011012

1. по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
2. чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

77 = 010011012

1. делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

010011012 → 101100102

это и есть число **(-78)** в двоичном дополнительно коде

1. в записи этого числа 4 единицы
2. таким образом, верный ответ – 2 .

|  |
| --- |
| **Возможные ловушки и проблемы**:* нужно помнить, что в этом способе в двоичную систему переводится не число **a**, а число **a-1**; именно этот прием позволяет избежать добавления единицы в конце (легче вычесть в десятичной системе, чем добавить в двоичной)
 |

**Решение (вариант 3, неклассический):**

1. переводим число 78 в двоичную систему счисления:

78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 26 + 23 + 22 + 21 = 10011102

1. по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит, поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов
2. чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

78 = 010011102

1. для всех битов, которые стоят **слева от младшей единицы**, делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

010011102 → 101100102

это и есть число **(-78)** в двоичном дополнительно коде

1. в записи этого числа 4 единицы
2. таким образом, верный ответ – 2 .

|  |
| --- |
| **Возможные ловушки и проблемы**:* нужно помнить, что при инверсии младшая единица и все нули после нее не меняются
 |