# 17 (повышенный уровень, время – 2 мин)

**Тема**: Составление запросов для поисковых систем с использованием логических выражений.

**Что нужно знать**:

* таблицы истинности логических операций «И», «ИЛИ», «НЕ» (см. презентацию «Логика»)
* если в выражении нет скобок, сначала выполняются все операции «НЕ», затем – «И», затем – «ИЛИ»
* логическое произведение A∙B∙C∙… равно 1 (выражение истинно) только тогда, когда все сомножители равны 1 (а в остальных случаях равно 0)
* логическая сумма A+B+C+… равна 0 (выражение ложно) только тогда, когда все слагаемые равны 0 (а в остальных случаях равна 1)
* правила преобразования логических выражений (законы алгебры логики):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Закон | Для **И** | Для **ИЛИ** |
| двойного отрицания |  |
| исключения третьего |  |  |
| исключения констант | A · 1 = A; A · 0 = 0 | A + 0 = A; A + 1 = 1 |
| повторения | A · A = A | A + A = A |
| поглощения | A · (A + B) = A | A + A · B = A |
| переместительный | A · B = B · A | A + B = B + A |
| сочетательный | A · (B · C) = (A · B) · C | A + (B + C) = (A + B) + C |
| распределительный | A + B · C = (A + B) · (A + C) | A · (B + C) = A · B + A · C |
| де Моргана |  |  |

* ввод какого-то слова (скажем, **кергуду**) в запросе поисковой системы означает, что пользователь ищет Web-страницы, на которых встречается это слово
* операция «И» всегда **ограничивает** поиск, то есть, в ответ на запрос **кергуду И бамбарбия** поисковый сервер выдаст **меньше** страниц, чем на запрос **кергуду**, потому что будет искать страницы, на которых есть оба этих слова одновременно
* операция «ИЛИ» всегда **расширяет** поиск, то есть, в ответ на запрос
**кергуду ИЛИ бамбарбия** поисковый сервер выдаст **больше** страниц, чем на запрос **кергуду**, потому что будет искать страницы, на которых есть хотя бы одно из этих слов (или оба одновременно)
* если в запросе вводится фраза в кавычках, поисковый сервер ищет страницы, на которых есть в точности эта фраза, а не просто отдельные слова; взятие словосочетания в кавычки **ограничивает** поиск, то есть, в ответ на запрос **"кергуду бамбарбия"** поисковый сервер выдаст **меньше** страниц, чем на запрос **кергуду бамбарбия**, потому что будет искать только те страницы, на которых эти слова стоят одно за другим

### Пример задания:

**Р-07.** *В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| *США | Япония | Китай* | 450 |
| *Япония | Китай* | 260 |
| *(США & Япония) | (США & Китай)* | 50 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**США**

*Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.*

**Решение:**

1. заметим, что в силу тождества  последний запрос в таблице равносилен такому:

(США & Япония) | (США & Китай) ⇔ США & (Япония | Китай)

1. тогда вводя обозначение для областей

A = США, B = Япония | Китай,

получаем стандартную задачу с двумя переменными:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| А | B | 450 |
| B | 260 |
| А & B | 50 |
| А | ? |

1. имеем по формуле (см. решения ниже)

 **NA** **=** **NA|B** **-** **NB** + **NA&B= 450 – 260 + 50 = 240**

1. Ответ: 240

### Ещё пример задания:

**Р-06.** *В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| *Ростов & (Орёл & Курск | Белгород)* | 370 |
| *Ростов & Белгород* | 204 |
| *Ростов & Орёл & Курск & Белгород* | 68 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**Ростов & Орёл & Курск**

*Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.*

**Решение:**

1. заметим, что во всех четырёх запросах есть «сомножитель» «Ростов &», поэтому эта задача равносильна такой:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| Орёл & Курск | Белгород | 370 |
| Белгород | 204 |
| Орёл & Курск & Белгород | 68 |
| Орёл & Курск | ? |

1. теперь обозначим A = Орёл & Курск и получим задачу с двумя областями:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| A | Белгород | 370 |
| Белгород | 204 |
| A & Белгород | 68 |
| A | ? |

1. по формуле для задачи с двумя областями (см. задачи, разобранные ниже)

**NA|B** **=** **NA** **+** **NB** **-** **NA&B**

получаем

 **NA** **=** **NA|B** **-** **NB** + **NA&B**

1. вычисляем: 370 – 204 + 68 = 234.
2. Ответ: 234.

### Ещё пример задания:

**Р-05.** *В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет:*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| *Ухо* | 35 |
| *Подкова* | 25 |
| *Наковальня* | 40 |
| *Ухо | Подкова | Наковальня* | 70 |
| *Ухо & Наковальня* | 10 |
| *Ухо & Подкова* | 0 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**Подкова & Наковальня**

*Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.*

**Решение (вариант 1, рассуждения по диаграмме):**

1. построим диаграмму Эйлера-Венна

*Ухо*

*Подкова*

*Наковальня*

1

2

3

4

5

1. количество сайтов, удовлетворяющих запросу в области **i**, будем обозначать через **Ni**
2. здесь 5 областей, причём известны следующие данные:



1. нас интересует область 4. Находим ответ прямой подстановкой:



1. таким образом, ответ – 20.

**Решение (вариант 2, рассуждения по диаграмме):**

1. пп. 1-2 такие же, как в варианте 1
2. заметим, что в прямую сумму величин областей Ухо, Подкова и Наковальня дважды входят области 2 и 4, поэтому для вычисления  достаточно вычесть из суммы Ухо+Подкова+Наковальня размер их объединения (Ухо | Подкова | Наковальня) и величину области 2 (Ухо & Наковальня).
3. тогда сразу получаем

.

1. ответ – 20.

### Еще пример задания:

**Р-04.** *В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:*

|  |  |
| --- | --- |
| **Запрос** | **Количество страниц (тыс.)** |
| *пирожное & выпечка* | 3200 |
| *пирожное* | 8700 |
| *выпечка* | 7500 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**пирожное | выпечка**

**Решение (вариант 1, рассуждения по диаграмме):**

П

В

1

2

3

1. построим диаграмму Эйлера-Венна, обозначив области «пирожное» (через П) и «выпечка» (В) :
2. количество сайтов, удовлетворяющих запросу в области **i**, будем обозначать через **Ni**
3. несложно сообразить, что число сайтов в интересующей нас области равно

**N1 + N2 + N3 = (N1 + N2)+ (N3 + N2) – N2**

1. поскольку нам известно, что по условию

 **N1 + N2 = 8700**

 **N3 + N2 = 7500**

 **N2 = 3200**

сразу получаем

 **N1 + N2 + N3 = 8700 + 7500 - 3200 = 13000**

1. таким образом, ответ – 13000.

**Решение (вариант 2, общая формула):**

A

В

1. сначала выведем формулу, о которой идет речь; построим диаграмму Эйлера-Венна для двух переменных **A** и **B**:
2. обозначим через **NA**, **NB**, **NA&B** и **NA|B** число страниц, которые выдает поисковый сервер соответственно по запросам **A**, **B**, **A & B** и
**A | B**
3. понятно, что если области **A** и **B** не пересекаются, справедлива формула **NA|B=NA+NB**
4. если области пересекаются, в сумму **NA+NB** область пересечения **NA&B** входит дважды, поэтому в общем случае

**NA|B** **=** **NA** **+** **NB** **-** **NA&B**

1. в данной задаче

**NП = 8700, NВ = 7500, NП&В = 3200**

1. тогда находим число сайтов в интересующей нас области по формуле

 **NП|B** **=** **NП** **+** **NB** **–** **NП&B = 8700 + 7500 – 3200 = 13000**

1. таким образом, ответ – 13000.

**Решение (вариант 3, решение системы уравнений):**

П

В

1

2

3

1. нарисуем области «пирожное» (обозначим ее через П) и «выпечка» (В) в виде диаграммы (кругов Эйлера); при их пересечении образовались три подобласти, обозначенные числами 1, 2 и 3;
2. составляем уравнения, которые определяют запросы, заданные в условии:

**пирожное & выпечка N2 = 3200**

**пирожное N1 + N2 = 8700**

**выпечка N2 + N3 = 7500**

1. подставляя значение **N2** из первого уравнения в остальные, получаем

**N1 = 8700 - N2 = 8700 – 3200 = 5500**

**N3 = 7500 - N2 = 7500 – 3200 = 4300**

1. количество сайтов по запросу **пирожное | выпечка** равно

**N1 + N2 + N3 = 5500 + 3200 + 4300 = 13000**

1. таким образом, ответ – 13000.

### Еще пример задания:

**Р-03.** *В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:*

|  |  |
| --- | --- |
| **Запрос** | **Количество страниц (тыс.)** |
| *Динамо & Рубин* | 320 |
| *Спартак & Рубин* | 280 |
| *(Динамо | Спартак) & Рубин* | 430 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**Рубин & Динамо & Спартак**

**Решение (вариант 1, круги Эйлера, полная диаграмма):**

Динамо

Рубин

3

1

Спартак

2

1. в этой задаче неполные данные, так как они не позволяют определить размеры всех областей; однако их хватает для того, чтобы ответить на поставленный вопрос
2. обозначим области, которые соответствуют каждому запросу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Области*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| **Динамо & Рубин** | **1+2** | 320 |
| **Спартак & Рубин** | **2+3** | 280 |
| **(Динамо | Спартак) & Рубин** | **1+2+3** | 430 |
| **Рубин & Динамо & Спартак** | **2** | ? |

1. из таблицы следует, что в суммарный результат первых двух запросов область 2 входит дважды (1 + 2 + 2 + 3), поэтому, сравнивая этот результат с третьим запросом (1 + 2 + 3), сразу находим результат четвертого:

N2 = (320 + 280) – 430 = 170

1. таким образом, ответ – 170.

**Решение (вариант 2, круги Эйлера, неполная диаграмма):**

Динамо

Рубин

3

1

Спартак

2

1. заметим, что в этой задаче все запросы (в том числе и тот, результат которого нужно найти, имеют вид

**X & Рубин**

1. поэтому часть «**& Рубин**» в каждом из запросов можно просто отбросить, тогда останется только две области:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| **Динамо-1** | 320 |
| **Спартак-1** | 280 |
| **Динамо-1 | Спартак-1** | 430 |

здесь добавление «-1» в имени области обозначает «пересечение с областью **Рубин**»

1. требуется найти размер области «**Динамо-1 & Спартак-1**»
2. для диаграммы с двумя областями можно использовать общую формулу

**NA|B** **=** **NA** **+** **NB** **-** **NA&B**

1. из которой следует

**NA&B** **=** **NA** **+** **NB** **-** **NA|B**

1. в данном случае получаем

**NA&B** = (320 + 280) – 430 = 170

1. таким образом, ответ – 170.

### Ещё пример задания:

**Р-02.** *В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдет поисковый сервер по каждому запросу. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ* |*, а для логической операции «И» – &.*

1) **принтеры & сканеры & продажа**

2) **принтеры & сканеры**

3) **принтеры | сканеры**

4) **принтеры | сканеры | продажа**

**Решение (вариант 1, рассуждение с использованием свойств операций «И» и «ИЛИ»):**

1. меньше всего результатов выдаст запрос с наибольшими ограничениями – первый (нужны одновременно принтеры, сканеры и продажа)
2. на втором месте – второй запрос (одновременно принтеры и сканеры)
3. далее – третий запрос (принтеры или сканеры)
4. четвертый запрос дает наибольшее количество результатов (принтеры или сканеры или продажа)
5. таким образом, верный ответ – 1234 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:* + нужно внимательно читать условие, так как в некоторых задачах требуется перечислить запросы в порядке убывания количества результатов, а в некоторых – в порядке возрастания
	+ можно ошибиться в непривычных значках: «И» = &, «ИЛИ» = | (эти обозначения привычны для тех, кто программирует на языке Си)
	+ можно перепутать значение операций «И» и «ИЛИ», а также порядок выполнения цепочки операций (сначала – «И», потом – «ИЛИ»)
	+ для сложных запросов не всегда удастся так просто расположить запросы по возрастанию (или убыванию) ограничений
 |

**Решение (вариант 2, через таблицы истинности):**

1. каждое из условий можно рассматривать как сложное высказывание
2. обозначим отдельные простые высказывания буквами:

**A:** **принтеры** (на странице есть слово «принтеры»)

**B: сканеры**

**C: продажа**

1. запишем все выражения-запросы через логические операции

, , , 

1. здесь присутствуют три переменные, А, B и C (хотя второе и третье выражения от С не зависят!), поэтому для составления таблицы истинности нужно рассмотреть 8 = 232333 всевозможных комбинаций этих логических значений
2. выражение  равно 1 (истинно) только при , в остальных случаях – равно 0 (ложно)
3. выражение  равно 1 только при , в остальных случаях – равно 0
4. выражение  равно 0 только при , в остальных случаях – равно 1
5. выражение  равно 0 только при , в остальных случаях –  1
6. запишем результаты пп. 5-8 в виде таблицы истинности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

1. по таблице видим, что наименьшая «область действия» у первого выражения, поисковый сервер выдаст наименьшее число запросов
2. область, где , включает в себя[[1]](#footnote-1) всю область, где  и еще один вариант, поэтому «поисковик» выдаст больше запросов, чем для первого случая
3. аналогично делаем вывод, что область  включает всю область  и расширяет ее, а область  – это расширение области 
4. таким образом, верный ответ – 1234 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:* + решение достаточно громоздко, хотя позволяет с помощью простых операций решить задачу, не рискуя ошибиться при вычислениях «в уме» в сложных случаях
	+ если переменных более трех, таблица получается большая, хотя заполняется несложно
 |

**Решение (вариант 3, через диаграммы):**

1. запишем все ответы через логические операции

, , , 

1. покажем области, определяемые этими выражениями, на диаграмме с тремя областями

A

B

С

A

B

С

A

B

С

A

B

С

1. сравнивая диаграммы, находим последовательность областей в порядке увеличения: (1,2,3,4), причем каждая следующая область в этом ряду охватывает целиком предыдущую (как и предполагается в задании, это важно!)
2. таким образом, верный ответ – 1234 .

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:* + получается громоздкий рисунок, если используется более трех переменных (более трех кругов)
 |

### Еще пример задания:

**Р-01.** *Некоторый сегмент сети Интернет состоит из 1000 сайтов. Поисковый сервер в автоматическом режиме составил таблицу ключевых слов для сайтов этого сегмента. Вот ее фрагмент:*

|  |  |
| --- | --- |
| ***Ключевое слово*** | ***Количество сайтов, для которых данное слово является ключевым*** |
| *сканер* | 200 |
| *принтер* | 250 |
| *монитор* | 450 |
| *принтер* ***|*** *сканер* | 450 |
| *принтер* & *монитор* | 40 |
| *сканер* & *монитор* | 50 |

*Сколько сайтов будет найдено по запросу*

**(принтер | сканер) & монитор**

*если по запросу* **принтер | сканер** *было найдено 450 сайтов, по запросу* **принтер & монитор** *– 40, а по запросу* **сканер & монитор** *– 50.*

**Решение (вариант 1, использованием свойств операций «И» и «ИЛИ»):**

1. обратим внимание на такой факт[[2]](#footnote-2) (справа указано количество сайтов по каждому запросу)

**сканер 200**

**принтер 250**

**принтер | сканер 450**

поскольку последнее число равно сумме двух предыдущих, можно сразу же придти к выводу, что в этом сегменте сети нет сайтов, на которых ключевыми словами являются одновременно принтер и сканер:

С

П

М

**(П | С) & M**

**принтер & сканер 0**

диаграмма Эйлера для этого случая показана на рисунке справа:

1. с этого момента все просто: для того, чтобы определить, сколько сайтов удовлетворяют заданному условию

достаточно просто сложить числа, соответствующие запросам **принтер & монитор** и
**сканер & монитор**

1. таким образом, правильный ответ: 40 + 50 = 90.

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:* + обратите внимание, что в условии была лишняя информация: мы нигде не использовали количество сайтов в данном сегменте Интернета (1000) и количество сайтов с ключевым словом *монитор* (450)
	+ не всегда удается «раскрутить» задачу в уме, здесь это несложно благодаря «удачному» условию
 |

**Решение (вариант 3, таблицы истинности):**

1. для сокращения записи обозначим через C, П, М высказывания «ключевое слово на сайте – *сканер*» (соответственно *принтер*, *монитор*)
2. если рассматривать задачу с точки зрения математической логики, здесь есть три переменных, с помощью которых можно составить всего 8 запросов, выдающих различные результаты

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **С** | **П** | **М** |
| ? | 0 | 0 | 0 |
| ? | 0 | 0 | 1 |
| ? | 0 | 1 | 0 |
| ? | 0 | 1 | 1 |
| ? | 1 | 0 | 0 |
| ? | 1 | 0 | 1 |
| ? | 1 | 1 | 0 |
| ? | 1 | 1 | 1 |
| всего | 200 | 250 | 450 |

1. составим таблицу истинности, в которую добавим левый столбец и последнюю строку, где будем записывать количество сайтов, удовлетворяющих условиям строки и столбца (см. рисунок справа); например, первая строка соответствует сайтам, на которых нет ни одного из заданных ключевых слов; такая схема непривычна, но она существенно упрощает дело
2. сумма в последней строчке получается в результате сложения всех чисел из тех строк первого столбца, где в данном столбце стоят единицы. Например, сумма в столбце **С** – складывается из четырех чисел в последних четырех строчках первого столбца. Мы пока не знаем, сколько результатов возвращает каждый из восьми запросов отдельно, поэтому в первом столбце стоят знаки вопроса
3. добавим в таблицу истинности остальные запросы, которые есть в условии, в том числе и тот, который нас интересует:

**П | С = принтер | сканер 450**

**П & М = принтер & монитор 40**

**C & М = сканер & монитор 50**

**(П | C) & М = (принтер | сканер) & монитор ?**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **С** | **П** | **М** | **П | С** | **П & М** | **C & М** | **(П | C) & М** |
| ? | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| ? | 0 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |
| ? | 0 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |
| ? | 0 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |
| ? | 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |
| ? | 1 | 0 | 1 | 1 |  |  |  |
| **0** | 1 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |
| **0** | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |
| всего | 200 | 250 | 450 | 450 |  |  |  |

1. проанализируем столбец **П | С** в этой таблице: его сумма (450) складывается из суммы столбцов С (200) и П (250) – выделены ярким зеленым цветом – плюс последние две строчки (голубой фон), то есть, 450 = 200 + 250 + X, откуда сразу получаем, что X = 0, то есть, последним двум строчкам (запросам) не удовлетворяет ни одного сайта
2. теперь составим таблицы истинности для остальных запросов, отбросив заведомо «нулевые» варианты:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **С** | **П** | **М** | **П | С** | **П & М** | **C & М** | **(П | C) & М** |
| ? | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ? | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ? | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **40** | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| ? | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **50** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| всего | 200 | 250 | 450 | 450 | 40 | 50 | **90** |

из оставшихся шести строк таблицы запросы П & М и С & М затрагивают только по одной строчке, поэтому сразу можем вписать соответствующие числа в первый столбец; в последнем запросе, который нас интересует, присутствуют именно эти две строки, то есть, для получения нужно сложить 40 и 50

1. таким образом, правильный ответ: 40 + 50 = 90.

**Решение (вариант 3, через диаграммы и систему уравнений):**

С

П

М

**(П | С) & M**

1

2

3

4

5

6

7

1. для сокращения записи обозначим через C, П, М высказывания «ключевое слово на сайте – *сканер*» (соответственно *принтер*, *монитор*) и нарисуем эти области виде диаграммы (кругов Эйлера); интересующему нас запросу **(П | C) & M** соответствует объединение областей 4, 5 и 6 («зеленая зона» на рисунке)
2. количество сайтов, удовлетворяющих запросу в области **i**, будем обозначать через **Ni**
3. составляем уравнения, которые определяют запросы, заданные в условии:

**сканер N1 + N2 + N4 + N5 = 200**

**принтер N2 + N3 + N5 + N6 = 250**

**принтер | сканер N1 + N2 + N4 + N5 + N3 + N6 = 450**

из первого и третьего уравнений сразу следует

**200 + N3 + N6 = 450 ⇒ N3 + N6 = 250**

далее из второго уравнения

**N2 + N5 + 250 = 250 ⇒ N2 + N5 = 0**

поскольку количество сайтов не может быть отрицательной величиной, **N2 = N5 = 0**

1. посмотрим, что еще мы знаем (учитываем, что **N5 = 0**):

**принтер & монитор N5 + N6 = 40 ⇒ N6 = 40**

**сканер & монитор N4 + N5 = 50 ⇒ N4 = 50**

1. окончательный результат:

**(принтер | сканер) & монитор N4 + N5 + N6 = N4 + N6 = 40 + 50 = 90**

1. таким образом, правильный ответ 90.

|  |
| --- |
| **Возможные проблемы**:* + внимательнее с индексами переменных, очень легко по невнимательности написать **N5** вместо **N6** и получить совершенно другой результат
	+ этот метод ярко демонстрирует, что в общем случае мы получаем систему уравнения с семью неизвестными (или даже с восемью, если задействована еще и область вне всех кругов); решать такую систему вручную достаточно сложно, поэтому на экзамене всегда будет какое-то условие, сильно упрощающее дело, ищите его
 |

### Еще пример задания:

**Р-00.** *В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ***Запрос*** | ***Найдено страниц (тыс.)*** |
| 1 | *мезозой* | 50 |
| 2 | *кроманьонец* | 60 |
| 3 | *неандерталец* | 70 |
| 4 | *мезозой | кроманьонец* | 80 |
| 5 | *мезозой | неандерталец* | 100 |
| 6 | *неандерталец & (мезозой | кроманьонец)* | 20 |

*Сколько страниц*  *(в тысячах)* *будет найдено по запросу*

**кроманьонец & (мезозой | неандерталец)**

**Решение (способ 1, круги Эйлера):**

М

К

Н

**K & (M | Н)**

1

2

3

4

5

6

7

1. обозначим области «мезозой», «кроманьонец» и «неандерталец» буквами М, К и Н; пронумеруем подобласти, получившиеся в результате пересечений кругов (см. рисунок справа)
2. через **N­i** обозначим количество сайтов в области с номером **i**
3. нас интересует результат запроса

**кроманьонец & (мезозой | неандерталец)**

то есть N­2 + N5 + N6(зеленая область на рисунке)

1. из первых двух запросов следует, что

N1 + N2 + N4 + N5 = 50 (мезозой)

N2 + N3 + N5 + N6 = 60 (кроманьонец)

1. складывая левые и правые части уравнений, получаем

(1) N1 + 2·N2 + N3 + N4 + 2·N5 + N6 = 110

1. в то же время из запроса 4 получаем

(2) N1 + N2 + N3 + N4 + N5 + N6 = 80 (мезозой | кроманьонец)

1. вычитая из уравнения (1) уравнение (2), отдельно левые и правые части, получаем

N2 + N5 = 30 (мезозой & кроманьонец)

вспомним, что наша цель – определить N­2 + N5 + N6, поэтому остается найти N6

1. из запросов 1 и 3 следует, что

N1 + N2 + N4 + N5 = 50 (мезозой)

N4 + N5 + N6 + N7 = 70 (неандерталец)

1. складывая левые и правые части уравнений, получаем

(3) N1 + N2 + 2·N4 + 2·N5 + N6 + N7 = 120

1. в то же время из запроса 5 получаем

(4) N1 + N2 + N4 + N5 + N6 + N7 = 100 (мезозой | неандерталец)

1. вычитая из уравнения (3) уравнение (4), отдельно левые и правые части, получаем

(5) N4 + N5 = 20 (мезозой & неандерталец)

1. теперь проанализируем запрос 6:

неандерталец & (мезозой | кроманьонец)

 (6) N4 + N5 + N­6 = 20

1. вычитая из уравнения (6) уравнение (5) получаем N6 = 0, поэтому

N2 + N5 + N6 = N2 + N5 = 30

1. таким образом, ответ – 30.

**Решение (способ 2, М.С. Коротков, г. Челябинск, Лицей № 102):**

1. пп. 1-3 такие же, как в первом способе;
2. из запросов 1 и 6 следует, что
3. N4 + N5 + N6 + N7 = 70 (неандерталец)
4. N4 + N5 + N­6 = 20 неандерталец & (мезозой | кроманьонец)
5. вычитая (2) из (1), сразу получаем, что N7 = 50
6. из запросов 5 и 4 следует, что
7. N1 + N2 + N4 + N5 + N6 + N7 = 100 (мезозой | неандерталец)
8. N1 + N2 + N3 + N4 + N5 + N6 = 80 (мезозой | кроманьонец)
9. вычитая (4) из (3), сразу получаем, что N7 - N3 = 20
10. в п. 3 мы уже определили, что N7 = 50, поэтому 50 - N3 = 20, откуда N3 = 30
11. из запроса 2 получаем

N2 + N3 + N5 + N6 = 60 (кроманьонец)

поэтому размер интересующей нас области равен

 N2 + N5 + N6 = 60 – N3 = 60 – 30 = 30

1. таким образом, ответ – 30.

М

К

Н

**K & (M | Н)**

**Решение (способ 3, круги Эйлера, И.Б. Курбанова, г. Санкт-Петербург,** **ГОУ СОШ № 594):**

1. обозначим: М – мезозой, К – кроманьонец, Н – неандерталец.
2. нас интересует результат запроса (см. диаграмму Эйлера)

**K & (M | Н)**

1. т.к. по условию М = 50, К = 60, а объединение этих множеств М | К = 80, можно сделать вывод, что область пересечения

М

К

Н

**K & (M | Н)**

**M & K = 50 + 60 – 80 = 30;**

1. т.к. по условию М = 50, Н = 70, а объединение этих множеств М | Н = 100, можно сделать вывод, что область пересечения

**M & Н = 50 + 70 – 100 = 20;**

1. заметим, что M & Н = 20 и Н & (М | К) = 20, следовательно **множества Н и К не пересекаются** (К & Н = 0);
2. перерисуем диаграмму Эйлера так, чтобы множества К и Н не пересекались (см. рисунок справа); из новой схемы видно, что

**К & (М | Н) = (К & М) | (К & Н) = К & М = 30**

1. ответ: 30

**Волк & Рысь?**

1. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Запрос*** | ***Количество страниц (тыс.)*** |
| *Севилья & Венеция* | 315 |
| *Венеция & (Севилья* | *Париж)* | 530 |
| *Париж & Венеция & Севилья* | 35 |

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу

**Венеция & Париж?**

1. Каждая следующая область в полученном решении должна полностью включать предыдущую. Если это не так, тогда или вы ошиблись при построении таблицы истинности, или (не дай Бог!) в условии есть ошибка. [↑](#footnote-ref-1)
2. Как мы увидим далее, при использовании других методов решения, это условие принципиально облегчает решение данной задачи. Во всех известных автору вариантах подобных задач такое упрощающее условие было. [↑](#footnote-ref-2)